پژوهشگاه دانش‌های بنیادی

شماره مقاله : ۶۶

مقاله‌نامه بیست و سومین کنفرانس بهاره فیزیک (۳۰-۲۹ اردیبهشت ۱۳۹۵)

اثر همسایه‌های مرتبه دوم بر جایگزیدگی مدها در شبکه شبه‌متناوب اوبری-اندره

خاطره جعفری [۱]، مجتبی گلشنی [۲]، و مهدی خزاعی‌نژاد [۳]

[۱] گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه خوارزمی، تهران، ایران

[۲] دانشکده فیزیک، دانشگاه شهید باهنر کرمان، کرمان، ایران

[۳] گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران

چکیده

این مقاله به بررسی اثر همسایه‌های مرتبه دوم بر جایگزیدگی مدها در هامیلتونی اوبری-اندره می‌پردازد. نتایج حاصل از محاسبه عددی ویژه‌مدهای شبکه نشان می‌دهد که در حضور همسایه‌های مرتبه دوم، برخلاف مدل اوبری-اندره استاندارد، دیگر یک گذار تیز بین حالات گسترده و جایگزیده وجود ندارد. در این شرایط با افزایش قدرت مدولاسیون، برخی از مدهای سیستم به‌صورت پیوسته از حالت گسترده به جایگزیده تبدیل می‌شوند به‌طوری‌که در نهایت در یک قدرت مدولاسیون خاص، کلیه مدهای سیستم جایگزیده می‌گردند.

مطالعه ترابرد کوانتومی و پدیده جایگزیدگی اندرسون در پتانسیل‌های نامنظم تصادفی یکی از موضوعات مورد علاقه در فیزیک حالت جامد است[۱]. از آنجایی‌که ذات جایگزیدگی ناشی از خاصیت موجی ذرات است، جایگزیدگی اندرسون می‌تواند در انواع دیگر امواج از جمله نور نیز به وقوع بپیوندد[۲]. یک نکته قابل‌توجه این است که جایگزیدگی می‌تواند در غیاب بی‌نظمی نیز رخ دهد. در سال ۱۹۸۰ ، اوبری و اندره مدل تنگ‌بست یک‌بعدی را مطالعه کردند که پتانسیل تناوبی آن شامل جمله اضافی متناوبی بود که نسبت دوره تناوب آن به دوره تناوب شبکه اصلی عددی گنگ بود[۳]. آن‌ها نشان دادند که این شبکه شبه‌متناوب دارای یک نقطه گذار جایگزیدگی است، که در مقادیر کمتر از آن همه‌ی مدهای سیستم گسترده، و در مقادیر بیشتر از آن همه‌ی مدهای شبکه جایگزیده اند. اخیرا گذار جایگزیدگی مدل اوبری-اندره در اتم‌های سرد[٤] و شبکه‌های نوری[٥] به صورت تجربی تایید شده است. با وجود مطالعات فراوان در مدل اوبری-اندره، برطبق آخرین اطلاعات ما، در کلیه موارد از اثرات برهم‌کنش به همسایه‌های مرتبه بالاتر صرفنظر شده است. هدف این مقاله مطالعه اثر جفت‌شدگی به همسایه‌های مرتبه دوم بر جایگزیدگی مدها در مدل اوبری-اندره است. بدین‌منظور از آرایه زیگزاگ از موجبرهای نوری استفاده خواهد شد. چنین سیستمی، که در آن امکان تنظیم دقیق میزان جفت‌شدگی به همسایه‌های مرتبه دوم وجود دارد، برای بررسی اثرات برهم‌کنش با همسایه‌های مرتبه دوم مفید می‌باشد[٦].

در تقریب جفت‌شدگی مدها، و درحضور همسایه مرتبه دوم، معادله حاکم بر دامنه میدان E_n در آرایه زیگزاگ از موجبرهای نوری متناوب با توزیع ضریب شکست متناوب اوبری-اندره که نسبت بین دوره تناوب آن با دوره تناوب شبکه عدد گنگ χ است، به صورت زیر می‌باشد[٦,٥]:

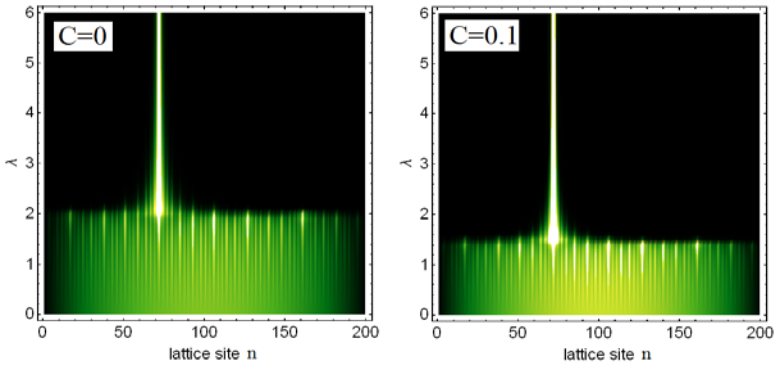
$$-i\frac{\partial E_n}{\partial z}=\left(\beta_0+\lambda\cos\left(2\pi n\chi\right)\right)E_n+E_{n+1}+E_{n-1}+c\left(E_{n+2}+E_{n-2}\right) \qquad (۱)$$

مقاله‌نامه بیست و سومین کنفرانس بهاره فیزیک (۳۰-۲۹ اردیبهشت ۱۳۹۵)

در این رابطه β_0 ثابت انتشار شبکه موجبرهای متناوب بدون اختلال، λ قدرت مدولاسیون و c ضریب جفت‌شدگی به همسایه‌های مرتبه دوم است. لازم به ذکر است که این سه کمیت نسبت به ضریب جفت‌شدگی به همسایه‌های مرتبه اول بهنجار شده اند. علاوه‌براین، بدون از دست دادن کلیت مسئله و با تغییر متغیر $E_n \to E_n e^{i\beta_0 z}$ می‌توان $\beta_0 = 0$ قرار داد. نشان‌داده شده است که در غیاب همسایه‌های مرتبه دوم ($c=0$)، اگر χ یک عدد گنگ باشد، یک گذار فاز جایگزیدگی تیز در $\lambda_c = 2$ رخ می‌دهد (در این نقطه هامیلتونی اوبری-اندرِه خود-دوگان است) [۷]. به عبارت دیگر، در مقادیر $\lambda < 2$ همه‌ی ویژه‌مدهای هامیلتونی گسترده، و در مقادیر $\lambda > 2$ همه‌ی ویژه‌مدهای شبکه جایگزیده اند. به‌منظور بررسی اثر همسایه‌های مرتبه دوم بر جایگزیدگی سیستم، ویژه‌مدهای معادله (۱) در مقادیر مختلف λ و c ، به ازای پارامتر $\chi = (\sqrt{5}+1)/2$ (نسبت طلایی) برای شبکه شامل $N = 200$ موجبر به‌صورت عددی حل شده است:

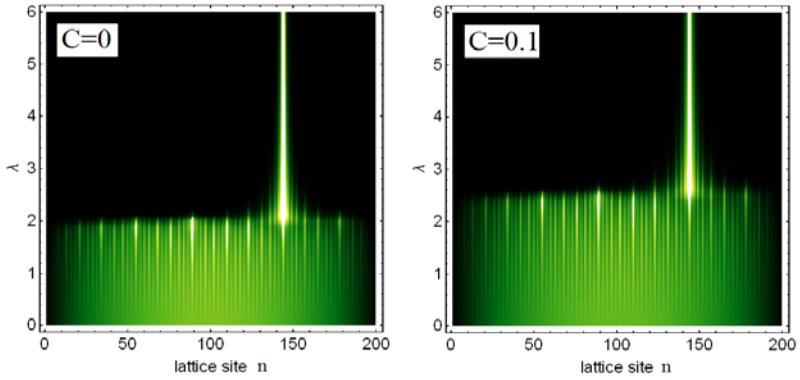
$$\lambda \cos(2\pi n\chi) E_n^{(\mu)} + E_{n+1}^{(\mu)} + E_{n-1}^{(\mu)} + c\left(E_{n+2}^{(\mu)} + E_{n-2}^{(\mu)}\right) = \mu E_n^{(\mu)} \qquad (۲)$$

در رابطه فوق $E_n^{(\mu)}$ دامنه میدان در موجبر شماره n متناظر با ویژه مقدار μ است. شکل ۱ و ۲ به‌ترتیب نشان‌دهنده اندازه دامنه ویژه‌مد با کمترین ویژه‌مقدار μ (حالت پایه) و ویژه‌مد با بیشترین ویژه‌مقدار μ، به ازای مقادیر مختلف λ، در شبکه‌هایی با قدرت همسایه مرتبه دوم $c=0$ و $c=0.1$ است. همانطور که مشاهده می‌شود، با ورود اثرات مربوط به جفت‌شدگی به همسایه‌های مرتبه دوم ($c=0.1$) ، دیگر $\lambda = 2$ یک نقطه بحرانی نخواهد بود. در این شرایط، حالت پایه (و البته برخی دیگر از ویژه مدهای شبکه با ویژه‌مقادیر کوچک μ) در مقادیر $\lambda < 2$ نیز جایگزیده می‌شوند، درحالی‌که در طرف مقابل برخی از ویژه‌مدهای همان سیستم با مقادیر بزرگ μ ، در مقادیر $\lambda > 2$ گسترده هستند. به عبارت دیگر، در این حالت دیگر هیچ مقدار λ_c وجود ندارد که تعیین کننده یک گذار تیز از کلیه مدهای گسترده به کلیه مدهای جایگزیده باشد. علاوه‌براین، به منظور تعیین میزان جایگزیدگی مدهای سیستم به صورت کمی، نرخ‌مشارکت[۶] $PR = \left(\sum_n |E_n|^2\right)^2 / \sum_n |E_n|^4$ مربوط به هر مد، به صورت عددی محاسبه شده است. نرخ‌مشارکت معیاری برای اندازه‌گیری تعداد خانه‌های (موجبرهای) اشغال‌شده توسط نور می‌باشد، و بنابراین هرچقدر کوچک‌تر باشد، جایگزیدگی مدها بیشتر خواهد بود. شکل ۳ نشان‌دهنده نحوه تغییر نرخ مشارکت میانگین و انحراف استاندارد آن برای تمام مدهای شبکه، با قدرت مدولاسیون λ، برای دو شبکه با قدرت همسایه مرتبه دوم $c=0$ و $c=0.1$، است. همانطور که این شکل نشان می‌دهد، در غیاب همسایه‌های مرتبه دوم($c=0$)، کلیه مدهای سیستم در مقادیر $\lambda < 2$ گسترده، و در مقادیر $\lambda > 2$ جایگزیده هستند. اما با ورود همسایه مرتبه دوم، برخی از مدهای سیستم در مقادیر کمتر از $\lambda = 2$ جایگزیده می‌شوند، و با افزایش λ تعداد مدهای جایگزیده افزایش می‌یابد به طوری‌که در مقادیر $\lambda > 2.6$ کلیه مدها جایگزیده هستند. بنابراین همانطور که قبل از این نیز بیان شد، وجود همسایه دوم با حذف گذار تیز، منجر به یک تغییر حالت پیوسته به از مدهای جایگزیده به گسترده می‌گردد (به عبارت دیگر، در این حالت هامیلتونی در $\lambda = 2.6$ خود-دوگان نیست، که این امر را می‌توان با استفاده از تبدیل فوریه گسسته ثابت کرد).

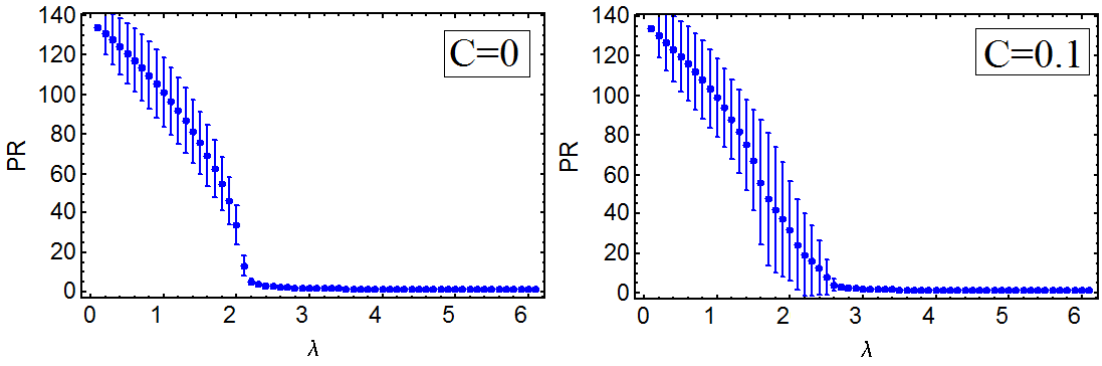


مقاله‌نامه بیست و سومین کنفرانس بهاره فیزیک (۳۰-۲۹ اردیبهشت ۱۳۹۵)

شکل ۱ : اندازه دامنه ویژه‌مد با کمترین ویژه‌مقدار μ به ازای مقادیر مختلف λ در شبکه‌هایی با قدرت همسایه مرتبه دوم متفاوت



شکل ۲ : اندازه دامنه ویژه‌مد با بیشترین ویژه‌مقدار μ به ازای مقادیر مختلف λ در شبکه‌هایی با قدرت همسایه مرتبه دوم متفاوت



شکل ۳ : نحوه تغییر نرخ مشارکت

میانگین و انحراف استاندارد مربوط به آن برای تمام مدهای شبکه، با قدرت مدولاسیون λ

نتیجه گیری

در این مقاله بر بررسی اثر همسایه‌های مرتبه دوم بر جایگزیدگی مدها در شبکه شبه‌متناوب اوبری-اندره پرداختیم. نتایج بدست آمده نشان می‌دهد که برخلاف هامیلتونی استاندارد اوبری-اندره ($c=0$) که در نقطه گذار $\lambda_c=2$ خود-دوگان است، با حضور همسایه‌های مرتبه دوم ($c\neq 0$) دیگر هیچ مقدار بحرانی λ_c وجود نخواهد داشت، که در آن هامیلتونی سیستم خود-دوگان باشد. ازاین‌رو، برخلاف حالت $c=0$که دارای یک گذار تیز بین حالات گسترده و جایگزیده است ، در این شرایط ($c\neq 0$)، با افزایش قدرت مدولاسیون λ، ویژه‌مدهای سیستم نه به صورت یکجا، بلکه به‌صورت متوالی، از حالت گسترده به حالت جایگزیده تبدیل می‌گردند، و نهایتا در یک مقدار $\lambda>2$ کلیه مدهای سیستم جایگزیده خواهند گردید.

مرجع‌ها

1. P. W. Anderson, *Phys. Rev.* **109**, 1492 (1958).
2. S. John, *Phys. Rev. Lett.* **53**, 2169 (1984).
3. S. Aubry and G. Andr´e, *Ann. Is. Phys. Soc* **3**, 1 (1980).
4. L. Fallani et al, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 130404 (2007); E. Lucioni et al, *Phys. Rev. Lett.* **106**, 230403 (2011).
5. Y. Lahini et al, *Phys. Rev. Lett.* **103**, 13901 (2009).
6. M. Golshani, A. R. Bahrampour, A. Langari, and A. Szameit, *Phys. Rev. A*, **87**, 033817 (2013).
7. C. Aulbach et al., *New J. Phys.* **6**, 70 (2004).